Leçon 234 : Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.

1 Intégrales de Lebesgue (Brian-Pagès)

1.1 Construction rapide sur les fonctions mesurables positives

- Intégrale fonction étagée positive
- Intégrale fonction mesurable positive
- Lemme fondamental d'approximation
- Convergence monotone
- Croissance + linéarité de l'intégrale

1.2 Fonctions L^1

- Définition + Notation
- Définition de l'intégrale de Lebesgue générale (Exemple mesure de comptage)
- Inégalité triangulaire
- Les propriétés sur les mesurables positives restent vraies

2 Théorèmes d'intégrations (Brian-Pagès)

2.1 Convergences

- Fatou
- Applications (convergence simple de fonctions intégrables ...)
- Convergence dominée
- Application (intégration d'une dérivée)

2.2 Interversion de symboles

- Théorème interversion série intégrale
- Borel-Cantelli
- Continuité intégrale par rapport à mesure
- Fubini-Tonelli
- Application intégrale de Gauss

3 Espaces L^p (Brian-Pagès)

3.1 Définitions et premières propriétés

- Définition des $\mathcal{L}^p$
- Inclusion des espaces
- Hölder et Minkowski

3.2 Les L^p

- Définition des L^p
- Riesz-Fisher (avec son corollaire)
- L^2 est un Hilbert
- Dév 1 : Espace de Bergman

3.3 Convolution

- Définition
- Approximation de l'unité
- Exemple des gaussienne (en vue du développement)
- Convergence de la convolée avec approximation de l'unité
- Application : Weierstrass par la convolution

4 Transformée de Fourier (El Amrani)

- Définition
- Application linéaire et continue
- Transformée de Fourier de la Gaussienne
- Formule de dualité
- Propriétés de translation
- Dév 2 : Injectivité de la transformée de Fourier
- Formule inversion